

盐岩循环加卸载过程中的速率效应试验研究

姜德义, 杨镇宇, 范金洋, 李宗泽, 锁进杰, 陈 结

(重庆大学 煤矿灾害动力学与控制国家重点实验室, 重庆 400044)

摘 要: 作为一种典型软岩, 盐岩力学特性的时间相关性显著, 准确预测和评估盐穴储气库加卸载过程中的变形损伤能力, 关系到能源储备库的长期安全稳定运行。为研究盐岩的速率效应, 进行了不同加卸载速率的疲劳试验。基于现有蠕变本构模型, 构建了速率效应方程, 区分了加卸载过程中的蠕变塑性变形与加载塑性变形。研究结果表明: (1) 盐岩的整体疲劳寿命、稳定变形阶段 (即第 2 阶段) 疲劳寿命占比基本随加卸载速率的增大而增大。(2) 减速变形阶段 (即第 1 阶段) 疲劳寿命占比、稳定变形阶段平均残余应变基本随加卸载速率增大而减小。(3) 速率耦合疲劳试验中, 加卸载速率越大, 残余应变越小, 蠕变塑性变形随加卸载速率的增大而减小, 当加卸载速率由 0.04 kN/s 增加至 5 kN/s 时, 蠕变塑性变形在循环中的占比由 85% 下降至 36%, 呈现出负指数的关系。(4) 整个循环加卸载过程中, 加载塑性变形、蠕变塑性变形均呈现 U 型发展趋势, 与盐岩疲劳过程的三阶段相对应。该研究结果可以为进一步分析盐岩蠕变塑性及加载塑性奠定基础。

关 键 词: 盐岩; 循环荷载; 疲劳寿命; 残余应变; 速率效应

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2023) 02-0403-12

Experimental study of load rate effect of salt rock during loading and unloading

JIANG De-yi, YANG Zhen-yu, FAN Jin-yang, LI Zong-ze, SUO Jin-jie, CHEN Jie

(State Key Laboratory of Coal Mine Disaster Dynamics and Control, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: As a typical soft rock, the mechanical properties of salt rock are time-dependent significantly, so the accurate prediction and evaluation of the deformation and damage capacity of salt cavern gas storage during loading and unloading are related to the long-term safe and stable operation of energy reserves. In order to study the rate effect of salt rock, fatigue tests at different loading and unloading rates were conducted. Based on the existing creep constitutive model, the rate effect equation was established to distinguish the creep plastic deformation and loading plastic deformation during loading and unloading. The results show that: (1) The overall fatigue life of salt rock and the proportion of fatigue life in stable deformation stage (the second stage) increase with the increase of loading and unloading rate. (2) The proportion of fatigue life in decelerated deformation stage (the first stage) and the average residual strain of stable deformation stage decrease with the increase of load rate. (3) In the rate-coupled fatigue test, the residual strain decreases with the increase of loading and unloading rate. The creep plastic deformation decreases with the increase of loading and unloading rate. When the loading rate increases from 0.04 kN/s to 5 kN/s, the proportion of creep plastic deformation in the cycle decreases from 85% to 36%, showing a negative exponential relationship. (4) In the full cyclic loading and unloading process, the plastic deformation of loading and creep presents a U-shaped development trend, which corresponds to the three stages of fatigue process of salt rock. The results of this study can lay a foundation for further analysis of creep plasticity and loading plasticity of salt rock.

Keywords: salt rock; cyclic loading; fatigue life; residual strain; rate effect

1 引 言

盐穴储气库是我国油气储存输运工程的重要组成部分, 盐岩作为一种低孔隙率、低渗透率、良

好流变性 & 自愈合特性的岩石, 是地下储气库等建设的优良场所^[1-5]。储气库运行过程当中, 由于季节性用气需求的变化, 储气库不断地进行周期性注气、采气活动, 循环变化的气体压力使围岩经历了频繁

收稿日期: 2022-03-16

录用日期: 2022-06-16

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (No.51834003, No.52274073, No.52274199)。

This work was supported by the Key Program of National Natural Science Foundation of China (51834003, 52274073, 52274199).

第一作者简介: 姜德义, 男, 1962 年生, 博士, 教授, 主要从事岩土力学、采矿工程及安全工程等方面的教学与研究。E-mail: deyij@cqu.com

通讯作者: 范金洋, 男, 1989 年生, 博士, 副教授, 主要从事矿山动力灾害防治、安全工程等方面的教学与研究。E-mail: Jinyang.f@qq.com

的加压和卸压过程^[6]。加压和卸压的剧烈程度（快慢和幅度）必然会对储气库围岩的疲劳损伤演化规律产生显著影响。因此开展岩盐的率相关性研究，对储气库的安全运行具有重要的参考价值。

岩石的率相关性一直是岩石力学领域研究的热点^[7-8]，该类研究可以揭示复杂受载情况下岩石的力学特性变化机制，如盐腔构建、地震、采矿、隧道的开挖等，在实际工程环境中具有一定的指导意义^[9]。该类研究大多关于岩石在不同应变加载速率、应力加载速率、频率时的单轴和三轴压缩破坏试验，且基本证明了岩石具有明显的率相关性，盐岩的弹性模量、强度、峰值应变、破坏模式、损伤演化规律等都会随速率的改变有不同程度的变化^[1, 10-17]。

在疲劳试验的率效应研究中，Ray 等^[18]对砂岩进行了不同应变速率、应力幅值条件下的疲劳试验，发现不同速率下砂岩破坏时的应变随循环次数的增加而增长，且速率的增长改变了最大应力幅值和寿命间的对应关系，使其向寿命增加的方向发展。蔡燕燕等^[19]在 1 MPa/s 速率下，对大理岩进行了不同应力比条件下的单轴和三轴疲劳试验，对其加载和卸载过程中的轴向应变速率、体积应变速率进行了研究，发现应力疲劳模式下的应变率可以作为损伤累积的指标，说明岩石损伤具有应变率相关性。王宇等^[20]对预制双裂隙花岗岩进行了不同频率下（即不同速率）的疲劳试验，发现花岗岩的疲劳寿命、峰值强度等均随频率的增加而增大，且在疲劳试验后期，应变会随频率增长逐渐呈现急剧增加的趋势，同时频率还会影响岩石的破坏形式，说明花岗岩的裂纹扩展有较强的率相关性。黄正均等^[21]对花岗岩进行了自裂隙损伤应力点起，在不同体积应变速率作用过后的动态循环加卸载试验，结果表明塑性体积应变速率、弹性模量衰减率和寿命等与体积应变速率相关，而轴向和横向的最大塑性应变则无明显的率相关性。冯春林等^[22]对花岗岩、白砂岩、大理岩进行了频率为 0.2 Hz 的正弦波加载疲劳试验，发现变形第 2 阶段的平均应变率与寿命呈双对数线性关系，且该阶段存在一个与振幅相关的临界应变率。

在盐岩疲劳试验中，He 等^[23]对不同频率、加载速率和应力幅值下的盐岩损伤发展规律进行了研究，发现随着这 3 个因素值的增大，等速损伤阶段对损伤总量的影响减小，且总疲劳寿命缩短。许宏发等^[24]构建了循环荷载下的 Poyhting-Thomson 流变模型，较好地拟合了正弦加载模式下盐岩的疲劳变形情况，且通过数学变换可以发现当加载频率趋近于 0 时近似于蠕变过程，其描述的蠕变应变随时

间呈指数形式增长。Fan 等^[25-26]在盐岩传统疲劳试验中引入了无应力静置过程，证明了短期无应力作用过程中的位错运动对疲劳寿命、损伤演化、应变发展规律存在显著影响。张强等^[27]对盐岩进行了频率为 1 Hz 的不同幅值下的单轴疲劳试验，观察发现循环加载后的试件中存在大量的晶间裂纹，盐岩内部发育的不同类型孔隙随着疲劳试验的进行而发生改变，且变化趋势与应力比密切相关。Fuenkajorn 等^[28]对 Maha Sarakham 盐岩进行了一系列疲劳试验，发现在加载频率为 0.001、0.030 Hz 的试验中，频率对弹性模量的影响并不明显，弹性模量的率相关性存在一定的阈值，但加载频率的增加可能会使盐岩的黏塑性降低。

已有的这些研究表明，岩石具有明显的速率相关性。在不同种类的岩石中，速率效应有不同的表现。即使同一种岩石，不同的学者得出了相互矛盾的结论。其重要原因在于目前的试验大多集中在不同速率下的单三轴压缩破坏试验。岩石材料本身具有离散性，导致试验结果差异巨大，影响了数据分析的科学性和有效性，难以形成可靠的科学结论。盐岩作为典型的软岩，加卸载速率效应显著，研究其速率效应对准确评估盐穴储气库工程的长期安全可靠具有重要意义。本文通过开展常规的恒速率循环加卸载试验和耦合速率循环加卸载试验（即将不同加载速率耦合在同一试样），分析两种状态下加卸载速率对岩盐疲劳特性影响的差异性，以探究盐岩疲劳损伤演化过程的实际加卸载速率效应。

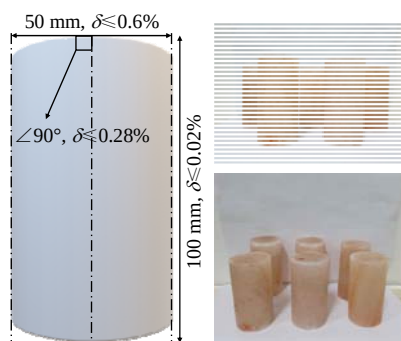
2 试验条件及研究方法

2.1 试验条件

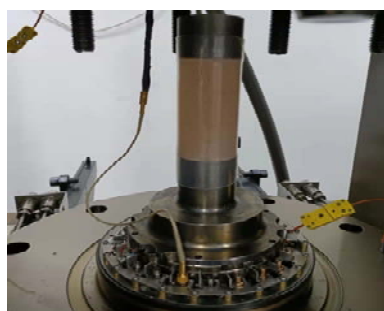
试验在重庆大学煤矿灾害动力学与控制国家重点实验室进行。试验选用 MTS 公司生产的液压伺服岩石力学系统（MTS815 试验机），如图 1(a)所示。试验所用试样为纯度较高的盐岩试样，取自巴基斯坦喜马拉雅山 Khewra 盐矿，埋深在 800~1 000 m，呈现白色或粉白色，具有透明特点，NaCl 含量大于 98%，含少量 Na₂SO₄、K₂SO₄ 等杂质。按照《岩石力学试验规程》要求^[29]，将盐岩加工成标准的 $\phi 50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ 的圆柱形试样。为降低试验结果的离散性，所选取的试样尽量保证颜色一致、无明显的孔洞裂隙等瑕疵。端面加工的平整度偏差控制在 $\pm 0.02 \text{ mm}$ 以内，以减小端部效应；轴线垂直偏差小于 0.25° 。试件尺寸及安装如图 1(b)、1(c)所示。实验室环境温度保持在恒定 $(16 \pm 0.5)^\circ \text{C}$ ，相对湿度为 $(60 \pm 5)\%$ 。



(a) MTS815 岩石力学试验机



(b) 试件尺寸示意图



(c) 试件安装实物图

图1 试验设备及试样示意图

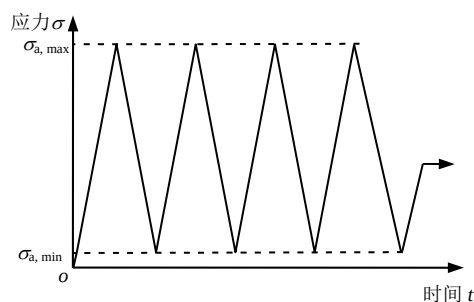
Fig.1 Schematic diagram of testing machine and specimens

2.2 试验方案

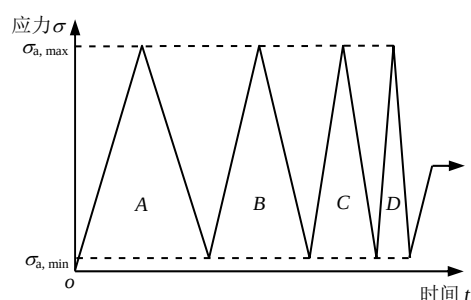
(1) 首先分别采用 0.04、0.20、1.00、5.00 kN/s 的加卸载速率, 进行 4 组不同的恒速率等幅循环加卸载试验, 应力上限设定为试样单轴抗压强度的 85% (25.5 MPa), 应力下限设置近似为 0 MPa, 速率的设定参考了文献[14, 17, 30]。同时保证其在试验机的正常工作范围之内, 且为了便于对试验规律进行定量分析, 使速率间呈相同倍数关系, 在该加载速率范围内同时还保证了试件基本处于静态加载范围^[31], 减小了动载效应对试验结果的影响。试验加卸载路径如图 2(a)所示。

(2) 采用同样的上限应力和下限应力, 即分别为 25.5、0 MPa, 进行一组速率耦合循环加卸载试验, 将不同的加卸载速率耦合在同一试样进行测试。加卸载路径如图 2(b)所示, A、B、C、D 循环对应的加卸载速率分别为 0.04、0.20、1.00、5.00 kN/s。

同一组试验进行至少 3 次重复试验。



(a) 单一荷载速率疲劳试验



(b) 速率耦合疲劳试验

图2 加载模式示意图

Fig.2 Schematic diagram of loading mode

2.3 试验流程

(1) 利用游标卡尺测量加工好的试件, 测出试件的直径、高度, 最终选取尺寸较为均一、颜色较为一致的试件进行分组, 每组疲劳试验对应试件数量至少为 3 个。

(2) 试验之前将试件置于两压头之间, 套上热缩管, 并用热风枪将热缩管吹至完全贴合试件和压头, 保证试验机安全, 如图 1(b)所示。

(3) 开启油泵、稳压器、电源、控制器。设定加载程序及保护参数, 给试件施加一定预紧力, 保证试件和压头之间的贴合度。预紧力施加完成后, 开始程序, 试验机按预设程序运行。

(4) 试件破坏, 试验机自动停止。关闭稳压器、稳压电源, 取下试件并用保鲜袋密封保存。

3 试验结果与分析

3.1 恒速率疲劳试验

疲劳试验最终结果如表 1 所示, 在单一加卸载速率的疲劳试验 (即图 2(a)所示试验) 中, 随着速率增大, 试件承受的循环次数和最大应变基本呈增大的趋势, 如图 3 所示, 说明试件的寿命随着加卸载速率的增加而增大。可以看出, 尽管已进行一些重复试验来保证试验结果的集中度, 但仍然难以避免试验规律上的离散性。

表 1 疲劳试验结果
Table 1 Fatigue test results

加卸载速率 ($\text{kN} \cdot \text{s}^{-1}$)	寿命 (循环次数/次)	峰值应变 / %
0.04	78	7.239
0.20	100	6.188
1.00	105	7.730
5.00	368	9.767
耦合疲劳	92	6.914

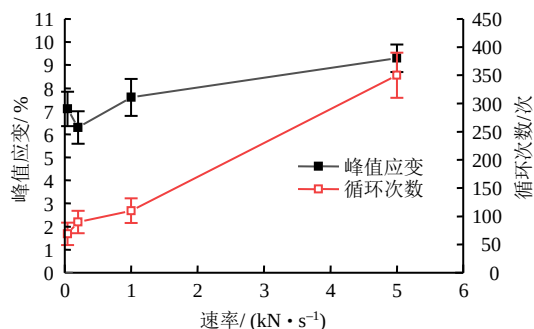
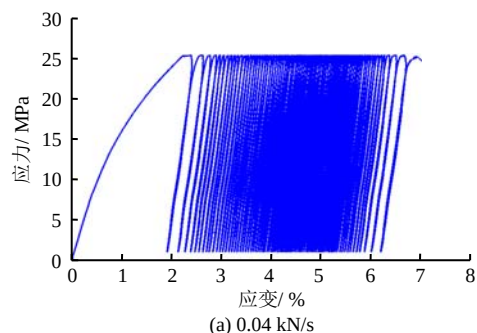


图 3 循环次数和峰值应变情况

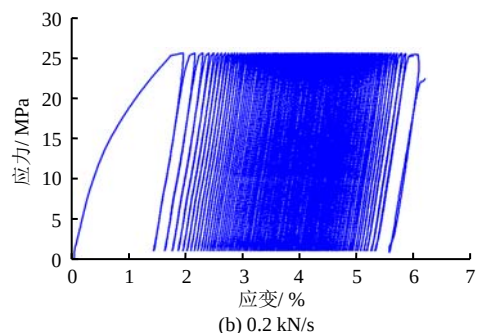
Fig.3 Development of cycle number and peak strain

图 4 为 4 种单一加卸载速率疲劳试验的应力-应变曲线。由图可以发现, 4 组试验的应力-应变曲线均呈现稀疏-密集-稀疏的特点, 直至最终破坏。说明在不同速率的循环加卸载过程中, 盐岩本身的变形、疲劳损伤的阶段演化特征并没有随加卸载速率的变化而发生改变。每一次完整的循环中, 盐岩的变形可分为弹性变形、塑性变形 (即残余变形) 两部分。弹性变形是可逆的, 在每次卸载后会恢复, 塑性变形则是不可逆的, 每次加载再卸载后, 塑性变形部分不可恢复, 正是由于残余变形的不断积累才导致了盐岩的最终破坏^[32]。

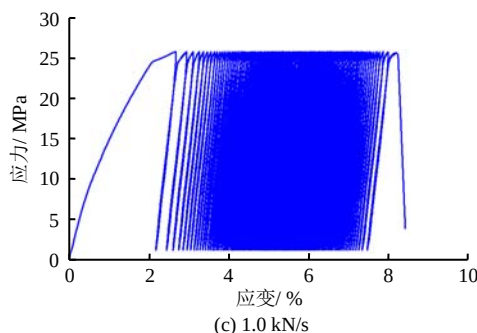
在疲劳试验中, 由于第 1 次循环大量裂隙压密闭合, 产生的残余应变远大于后续循环的残余应变。将第 1 次循环的残余应变单独列出, 如图 5 所示, 图中为 4 组单一加卸载速率下疲劳试验的首次循环残余应变值。随着加卸载速率的增大, 首次循环残余应变发展趋势虽然出现波动 (波动的原因可能与不同加卸载速率下盐岩的变形屈服点差异有关), 后续将会进行研究。整体上首次循环平均残余应变大致呈现一个降低趋势, 说明盐岩试件在达到基本相同的强度时, 加卸载速率越大, 加载时间更短, 裂纹发育不充分, 位错滑移距离更小, 应力与应变未能充分协调发展, 所以产生的残余变形更小。前人在盐岩单轴压缩破坏试验中也得到了相似的规律。在盐岩单轴压缩破坏试验中, 随着加卸载速率的增加, 峰值应变降低^[1, 17, 33], 说明速率和变形是紧密相关的。



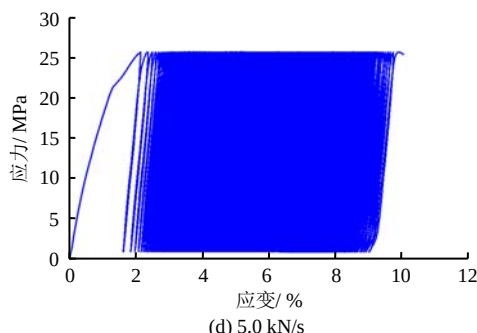
(a) 0.04 kN/s



(b) 0.2 kN/s



(c) 1.0 kN/s



(d) 5.0 kN/s

图 4 4 种荷载速率下的疲劳试验应力-应变曲线
Fig.4 Stress-strain curves of fatigue tests under four load rates

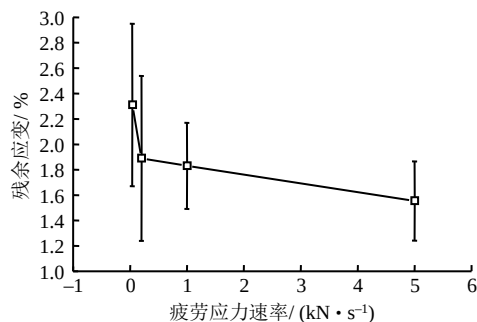


图 5 首次循环残余应变

Fig.5 Initial cyclic residual strain

图6展示了4组试验中每次循环残余应变的发展过程,为了使曲线更清晰,其中不包含首次循环的残余变形,同时将每一循环序号除以该组试验最大循环数得到归一化循环数。可以发现,残余应变的发展过程基本经过3个阶段^[23,34],即减速变形阶段(第1阶段)、稳定(匀速)变形阶段(第2阶段)和加速变形阶段(第3阶段)。每个阶段对试样发展都具有不同的意义。

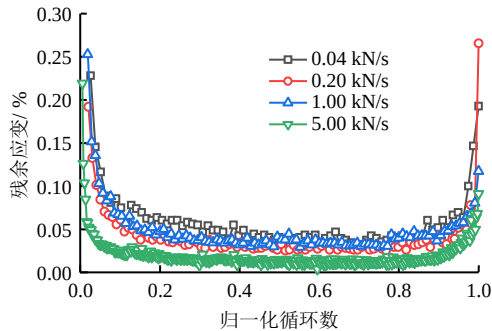


图6 4组单一荷载速率疲劳试验的残余应变
Fig.6 Development of residual strain in four groups of single load rate fatigue tests

试验中每组试验的3个阶段占比均不相同,大致情况如表2、3所示。3个阶段的循环次数占比、残余应变占比发展趋势如图7(a)、7(b)所示。

表2 3个阶段的循环次数及占比
Table 2 Proportion of the number of cycles in three stages

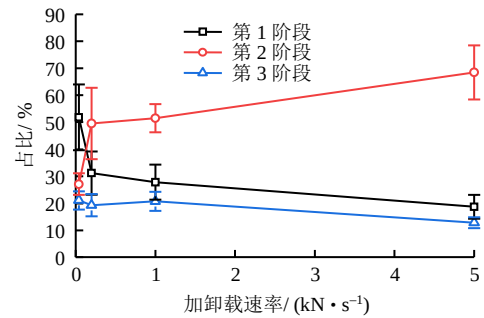
速率 $/(kN \cdot s^{-1})$	第1阶段		第2阶段		第3阶段	
	循环次数 /次	占比%	循环次数 /次	占比%	循环次数 /次	占比%
0.04	38	48.7	22	28.2	18	23.1
0.20	29	29.3	50	50.5	20	20.2
1.00	26	24.8	55	52.4	24	22.8
5.00	65	17.7	263	71.4	40	10.9

表3 3个阶段的残余应变及占比
Table 3 Proportion of three stages of residual strain

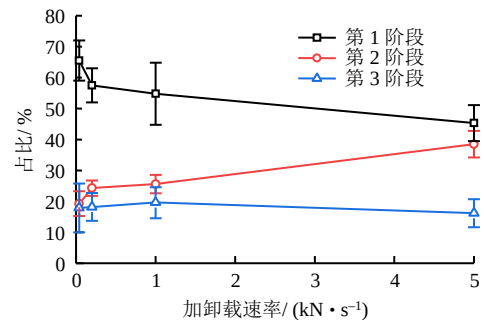
速率 $/(kN \cdot s^{-1})$	第1阶段		第2阶段		第3阶段	
	残余应变 变%	占比%	残余应变 变%	占比%	残余应变 变%	占比%
0.04	4.360	69.6	0.840	13.4	1.064	17.0
0.20	3.013	54.5	1.450	26.3	1.062	19.2
1.00	3.760	53.7	1.936	27.7	1.304	18.6
5.00	3.842	43.4	3.637	41.1	1.369	15.5

在4种速率条件下,第1阶段的残余应变和循环次数占比随加卸载速率的增大而减少,第3阶段则无明显规律。随着加卸载速率的增加,第2阶段产生的塑性应变值随之增加,且增加幅度较大。另

一方面,从图7(b)可看出,第2阶段的整体占比与盐岩试样的总疲劳寿命正相关,说明随着加卸载速率的增大,盐岩残余应变稳定增长期更长,稳定增长期产生的应变值更大,这印证了加卸载速率越大,盐岩疲劳寿命更长的特点。



(a) 恒定速率疲劳试验中3个阶段的循环数占比



(b) 恒定速率疲劳试验中3个阶段的残余应变占比

图7 3个阶段的循环次数和应变的发展情况
Fig.7 Development of cycle number and strain in three stages

由于第2阶段的变形最能反映盐岩的力学特性。取第2阶段中每次循环的残余应变计算平均值,发现随着加卸载速率的增大,第2阶段内的循环残余应变均值呈降低趋势,其变化趋势如图8所示。随着加卸载速率的增大,每循环残余应变的累积大致呈降低趋势,但在0.2 kN/s疲劳试验中该值出现了波动,可能是试件的离散性所导致的。

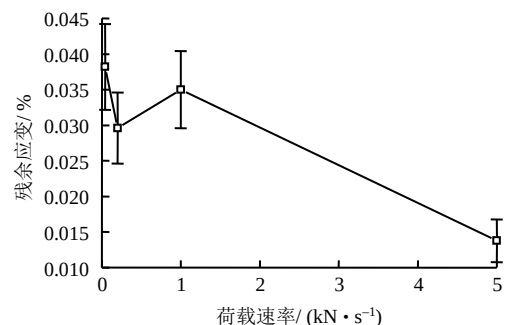


图8 第2阶段循环残余应变平均值
Fig.8 Mean value of residual strain in the second deformation stage

盐岩试件的残余应变积累来自于其内部裂纹的偏转扩展和位错滑移。循环加载、卸载过程对应着试件内部裂纹闭合、张开的过程,加卸载速率增大后,每一次加载过程裂纹的闭合程度随之降低,由于裂纹的闭合程度降低,其扩展所获得的能量也减少,裂纹发育的程度减小,所以加卸载速率越大,单次循环产生的残余应变更小^[30]。

同时由于盐岩在循环加卸载过程中的变形除了偏应力造成的弹性变形和塑性变形外,还有一部分与时间有关的变形,即位错滑移。由于盐岩具有良好的流变特性,加载速率越小,每次循环的加卸载时间更长,由于位错滑移引起的变形也越大,这也是相同变形阶段、相同应力幅值下,盐岩在低加载速率对应循环内产生更大残余应变的原因之一。

3.2 耦合速率疲劳试验

盐穴储气库在实际工况中的受载很复杂,大多数时间里注气采气的速率都不尽相同。将不同速率的循环加卸载在同一试样上完成,不仅可以分析不同加卸载速率间的关系,同时还可以避免试件的离散性造成的试验结果差异,后文称该类试验为耦合速率试验。从耦合速率试验的应力-应变曲线(见图 9)可以看出,曲线整体的疏-密-疏特征未随速率的不断变化而发生改变。但内部出现了较为明显的周期性疏密特征,这与耦合速率的分组有关。

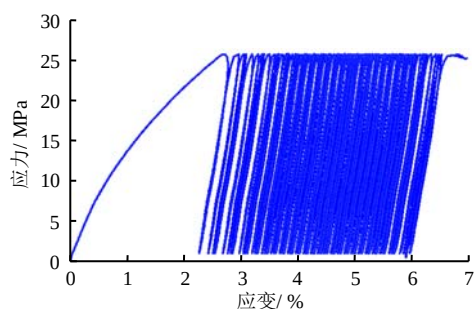
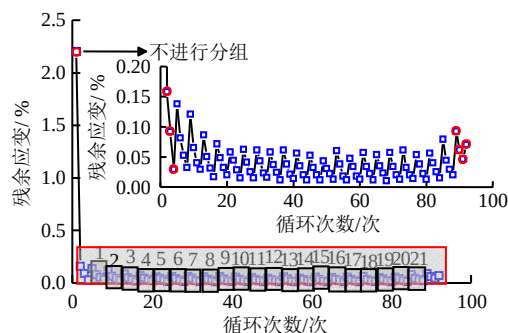


图 9 耦合速率疲劳试验应力-应变曲线

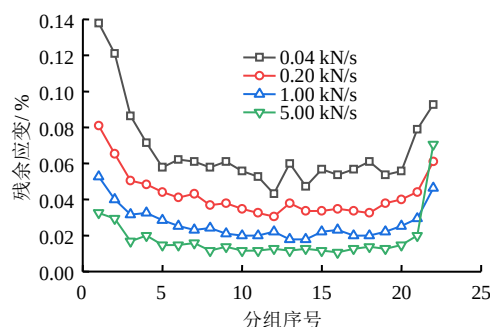
Fig.9 Stress-strain curve of coupled rate fatigue test

将耦合速率试验的残余应变进行计算(见图 10(a)),由图可以看出,残余应变呈现明显的分组特征,且每次循环内残余应变均随加卸载速率的增大而减小。该规律与前述单一加卸载速率疲劳试验结论一致,证明在同一试件上改变加卸载速率并未改变盐岩本身的变形趋势。从图 10(b)可以看出,在不同速率下,盐岩残余应变的发展过程同样经历了减速、匀速、加速 3 个阶段。另一方面可以发现,即便是在同一试样上进行不同速率的加卸载试验,残余应变发展过程也呈现出波动性,这与内部裂纹发展的

随机性有关,为数据分析带来了不便,后续将分析说明。



(a) 速率耦合试验残余应变及分组



(b) 不同加卸载速率循环内残余应变

图 10 速率耦合试验残余应变发展情况分析

Fig.10 Analysis of residual strain development in rate coupling test

4 加卸载过程的速率效应分析

不同的加卸载速率引起的残余变形即塑性变形不同,此处将其称为速率效应。弹塑性模型中主应力若超出屈服面,变形将按照流动法则产生新的塑性变形,变形过程中屈服面和流动法则根据硬化法则产生硬化/软化移动。这类弹塑性模型对盐岩的力学行为预测能力有限,是因为盐岩的塑性变形表现出了很强的时间相关性(或率相关性)。而为了表征塑性变形的时间相关性,蠕变模型被提出,用来表征与时间相关的塑性变形。循环加卸载试验中既有与时间相关的变形,也有与时间无关的变形。为了区分残余变形中的蠕变塑性和加载塑性变形,需要依据盐岩变形的时间相关性,建立速率效应方程。

4.1 速率效应方程

为了分析速率效应的定量关系,探讨在相同应力路径下、不同速率循环中,与时间相关的蠕变作用和与时间无关的加载作用的差异性,认为每次循环周期内的总塑性变形可以分为与时间相关的蠕变塑性变形和与时间无关的加载塑性变形。蠕变塑性变形可以采用蠕变本构模型进行描述。常用的蠕变本构模型为 Norton 模型:

$$\dot{\varepsilon}_v(t) = A\sigma^n \quad (1)$$

式中： $\dot{\varepsilon}_v(t)$ 为黏性应变率； σ 为应力； n 和 A 均为材料参数。该模型通常用于确定稳态蠕变速率。然而加卸载过程中，应力不断发生变化，每进入一种新的应力状态，盐岩变形实际从瞬时蠕变逐步向稳态蠕变发展。因此需要一个描述全过程（至少包含第1阶段和第2阶段）的蠕变本构。王军保等^[35]构建的MBurgers非线性蠕变模型（式（2））和周宏伟等^[36]构建的分数阶非线性蠕变本构方程（式（3））对蠕变变形预测效果较好：

$$\dot{\varepsilon}_v(t) = \frac{\sigma^n}{\eta} \left(1 + \frac{c}{2\sqrt{t}} \right) \quad (2)$$

$$\dot{\varepsilon}_v(t) = \beta \frac{\sigma}{\eta} \frac{t^{\beta-1}}{\Gamma(\beta+1)} \quad (3)$$

式中： n 、 η 、 β 、 c 均为材料参数； $\Gamma(x)$ 为伽马函数。可以发现，蠕变塑性变形率均为应力和时间的函数，均表示为应力和时间幂函数的组合形式。为了方便推导，将与时间相关的蠕变塑性变形，同样采用应力和时间的幂函数组合形式进行描述：

$$\varepsilon_v = a\sigma^n t^b \quad (4)$$

式中： a 、 n 、 b 均为材料参数。为排除加载塑性的影响，采用一组恒荷载蠕变试验数据（ $\sigma = 24 \text{ MPa}$ ）进行验证，发现拟合的应变与时间的关系效果较好（ $R^2 = 0.99$ ），如图11所示。

对式（4）求其一阶导数，得到蠕变塑性变形率为

$$\dot{\varepsilon}_v(t) = \sigma^n abt^{b-1} \quad (5)$$

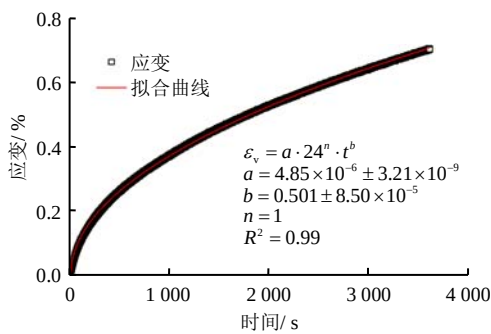


图11 蠕变试验拟合曲线

Fig.11 Creep test fitting curve

盐岩的蠕变本构模型中，通常 n 的取值介于1~2之间^[35, 37-38]，如分数阶模型 $n = 1$ 。循环过程总的

塑性应变可以表示为

$$\varepsilon_p = \varepsilon_v + \varepsilon_1 \quad (6)$$

式中： ε_p 为总塑性变形； ε_v 为与时间相关的蠕变塑性变形； ε_1 为与加载过程相关的塑性变形。

对时间进行积分，可得

$$\varepsilon_p = \int_0^t \dot{\varepsilon}_v dt + \varepsilon_1 \quad (7)$$

将式（5）代入式（7），可得

$$\varepsilon_p = \int_0^t (\sigma^n abt^{b-1}) dt + \varepsilon_1 \quad (8)$$

为方便推导，这里先取 $n = 1$ 。式（8）可转化为

$$\varepsilon_p = \int_0^t (\sigma abt^{b-1}) dt + \varepsilon_1 \quad (9)$$

加卸载过程中，应力采用的是恒定应力率的形式， $\sigma = \sigma_0 + vt$ ， σ_0 为初始应力， v 为加载速率。将 σ 代入式（9），可以转化为加载时间和加载速率的关系：

$$\varepsilon_p = \int_0^t [(\sigma_0 + vt)(abt^{b-1})] dt + \varepsilon_1 \quad (10)$$

对循环加载段时间0到 t 做定积分：

$$\varepsilon_p = \left(\sigma_0 at^b + \frac{vab}{b+1} t^{b+1} \right) \Big|_0^t + \varepsilon_1 \quad (11)$$

假设一试验为基准试验，它的加载速率为 v_0 ，则加载时间为 t_0 。由于加载时上限应力相同，不同加载速率时加载阶段的总塑性变形可以表示为

$$\varepsilon_p = \sigma_0 a \left(\frac{v_0}{v} t_0 \right)^b + \frac{vab}{b+1} (v_0 t_0)^{b+1} + \varepsilon_1 \quad (12)$$

经过整理，合并同类项，可得

$$\varepsilon_p = v^{-b} \left[\sigma_0 a (v_0 t_0)^b + \frac{ab}{b+1} (v_0 t_0)^{b+1} \right] + \varepsilon_1 \quad (13)$$

由于加载的应力上限、下限相同，在同一试样开展的试验，材料参数也相同，此时式（13）中仅有加载速率 v 为自变量。

令 $\sigma_0 a (v_0 t_0)^b + \frac{ab}{b+1} (v_0 t_0)^{b+1} = m$ ，则有

$$\varepsilon_p = mv^{-b} + \varepsilon_1 \quad (14)$$

式（14）即为循环加卸载过程中整体塑性与速率的关系方程。值得指出的是，虽然在推导过程中针对的是加载阶段，由于不同速率的卸载上下限也相同，该公式也适用于卸载阶段，即加卸载循环的

整个过程的残余变形都满足关系方程。

当 $n = 2$ 时, 时间相关的蠕变塑性变形方程为

$$\varepsilon_v = \int_0^t (\sigma^2 abt^{b-1}) dt \quad (15)$$

应力转化为时间和加载速率的乘积:

$$\varepsilon_v = \int_0^t (\sigma_0 + vt)^2 (abt^{b-1}) dt \quad (16)$$

将式 (16) 展开为如下形式:

$$\varepsilon_v = \int_0^t [\sigma_0^2 abt^{b-1} + 2\sigma_0 v abt^b + v^2 abt^{b+1}] dt \quad (17)$$

将式 (17) 转化为积分形式:

$$\varepsilon_v = a \left(\sigma_0^2 t^b + \frac{2\sigma_0 vb}{b+1} t^{b+1} + \frac{v^2 b}{b+2} t^{b+2} \right) \bigg|_0^t \quad (18)$$

令 $t = \frac{v_0 t_0}{v}$, 所以总的蠕变塑性变形 ε_v 为

$$\varepsilon_v = a \left[\sigma_0^2 \left(\frac{v_0 t_0}{v} \right)^b + \frac{2\sigma_0 vb}{b+1} \left(\frac{v_0 t_0}{v} \right)^{b+1} + \frac{v^2 b}{b+2} \left(\frac{v_0 t_0}{v} \right)^{b+2} \right] \quad (19)$$

经化简可得

$$\varepsilon_v = a \left[\sigma_0^2 (v_0 t_0)^b v^{-b} + \frac{2\sigma_0 b}{b+1} (v_0 t_0)^{b+1} v^{-b} + \frac{(v_0 t_0)^{b+2}}{b+2} v^{-b} \right] \quad (20)$$

将 v^{-b} 项提出后, 可令其系数为 m , 则 m 为

$$m = a \left[\sigma_0^2 (v_0 t_0)^b + \frac{2\sigma_0 b}{b+1} (v_0 t_0)^{b+1} + \frac{(v_0 t_0)^{b+2}}{b+2} \right] \quad (21)$$

所以最终可以导出如下形式:

$$\varepsilon_p = mv^{-b} + \varepsilon_p \quad (22)$$

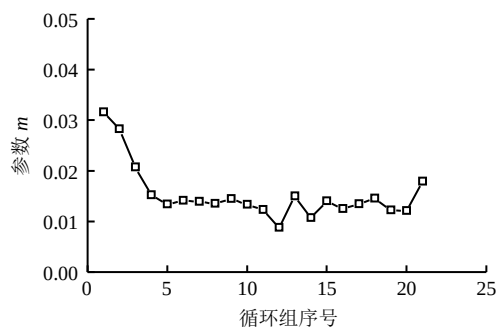
参数 m 表征了蠕变应力影响, 可以称为应力因子。 b 表征了加载速率的影响, 可以称为速率因子。

4.2 速率效应分析

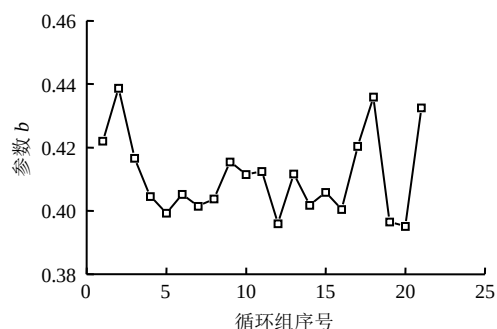
将速率耦合循环加卸载试验中残余变形, 采用式 (14) 分组进行拟合, 其 m 、 b 和 ε_1 的变化情况如图 12 所示。图 12(a) 中, 参数 m (即应力因子) 反映了整个过程中盐岩蠕变能力的大小, 整体呈现降低、恒定、再增长的 U 型趋势。初期由于试样内部结构疏松, 接近破坏时由于裂隙的快速扩展, 变形较大, 因此导致试验阶段的前期和后期 m 较大。

图 12(b) 中参数 b (即蠕变速率因子) 反映了蠕变速率变化的情况, 基本在 $0.41 \pm (0.01 \sim 0.03)$ 附近波动, 波动幅度较小, 主要是因为速率相关性为材

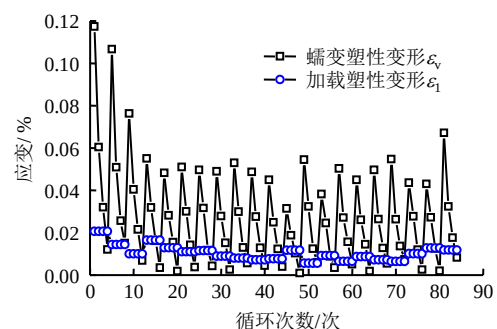
料本身的固有属性, 保持恒定值。



(a) 参数 m 拟合结果



(b) 参数 b 拟合结果



(c) 循环蠕变塑性应变和加载塑性应变

图 12 方程拟合结果中的参数变化情况

Fig.12 Variation of parameters in the result of equation fitting

基于式 (6), 将残余变形分为蠕变塑性变形 ε_v 和加载塑性变形 ε_1 。图 12(c) 展示了速率耦合试验中每次循环的塑性变形发展过程。从拟合结果的参数值还可以看出, 在蠕变变形能力稳定的第 2 阶段内, 蠕变塑性变形远大于加载塑性变形。然而随着加卸载速率, 由 0.04 kN/s 增加至 5 kN/s , 蠕变塑性变形量迅速减小。第 2 阶段的每次循环的蠕变塑性变形平均值分别为 4.772×10^{-4} 、 2.371×10^{-4} 、 1.281×10^{-4} 、 0.394×10^{-4} 。随着加卸载速率的增大, 蠕变塑性变形量的占比呈现负指数形式降低, 分别为 85%、77%、62%、36%, 如图 13 所示。表明随着循环加卸载速率的增大, 盐岩加载过程中的蠕变效应逐渐减小,

而与时间无关的加载塑性变形逐渐起主导作用, 由15%增至64%。这也说明了快速加卸载过程中疲劳作用远大于蠕变的作用。

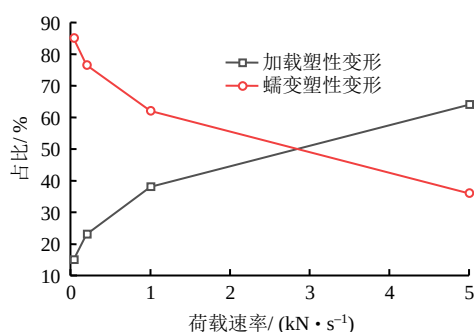


图13 不同速率循环内蠕变塑性变形和加载塑性变形平均占比

Fig.13 Average proportion of creep plastic deformation and loading plastic deformation in different rate cycles

4.3 速率效应机制

本文中盐岩的速率效应, 指不同的加卸载速率作用下盐岩所表现出的变形速率、变形量和疲劳寿命的差异。从上述试验结果中, 可以得到与速率效应相关的一个基本规律: 随着加载速率减小, 盐岩每次循环产生的塑性变形增大, 整体的疲劳寿命降低。盐岩是一种典型的沉积型蒸发结晶岩, 主要由NaCl晶体组成。在晶体中, 材料的塑性变形主要通过位错的滑移形成, 位错的数量越多, 位错滑移的速度越快, 则产生的塑性变形越大。位错在晶体中的运动受有效应力和温度的影响, 分别如式(23)、(24)所示^[39]。

$$v = \left(\frac{\sigma^*}{\tau_0} \right)^{m^*} \quad (23)$$

$$v = v_c \exp \left(\frac{-\Delta F^*}{KT} \right) \quad (24)$$

式中: σ^* 为有效应力; m^* 为应力敏感系数; τ_0 为位错做单位速率运动所需的应力; K 为玻尔兹曼常数; T 为绝对温度; ΔF^* 为标准激活能, 表示使位错充分激活所需要的能量; v_c 为标准激活能为0时的位错速度, 即声速。试验时温度近似不变, 可以认为 v 仅与有效应力有关。

文中试验的加卸载路径完全相同, 仅速率不同, 即达到同样的应力值, 所需的时间不同。加卸载速率越慢, 所需的时间越长, 如图14所示。位错滑移的时间越久, 滑移位移就越长, 即产生的塑性变形(残余变形)也就越大。由材料的第四强度理论可知, 即畸变能理论, 相同条件下材料发生破坏

时的畸变/塑性变形是相同的。加卸载速率越小时, 每次循环产生的塑性变形也就越大, 破坏时材料经历的循环次数也就越小, 即疲劳寿命越小。

需要指出的是, 速率效应影响下的塑性变形并不与时间或者加卸载速率完全呈正比例关系。这是由于加载过程中盐岩从一种应力状态进入了一种新的应力状态。新的应力状态下, 盐岩要逐渐增殖新的位错以对抗外力, 新的位错产生后内力水平提高, 降低内外力的差异, 从而位错增殖的速度降低, 变形速率降低(减速变形阶段, 即第1阶段), 直至达到内外力平衡, 进入稳态变形状态。加卸载过程中应力水平实际不断发生变化, 处于某一固定应力水平的时间非常短, 变形过程始终处于衰减变形。如图15所示, 加载速率慢的情况对应的平均变形速率较低, 但累积变形量较大。综合考虑时间和变形速率, 即为建立的速率效应方程式(14)。

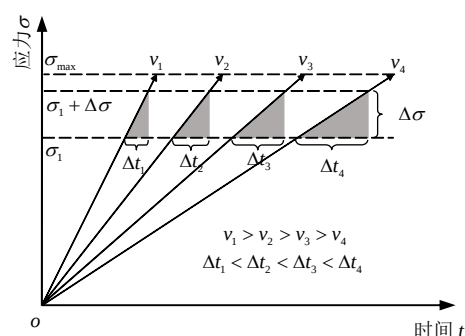


图14 加载路径示意图

Fig.14 Schematic diagram of loading path

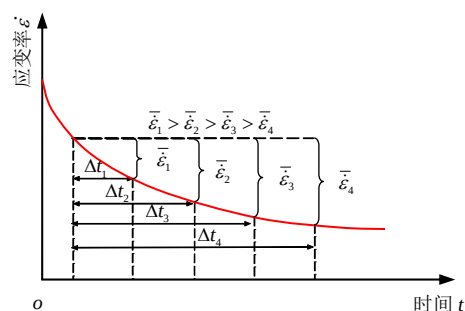


图15 应变率变化示意图

Fig.15 Schematic diagram of strain rate change

5 速率效应方程的区分度讨论

方程式(14)选取同一试件上连续4个速率不同的循环进行拟合, 然而随着试样疲劳损伤进程的不同, 实际每次循环对应的接近破坏的程度均不同, 继而引起材料参数不断地发生细微变化, 因此, 在速率耦合试验中, 模型对时间相关性和无关性的区

分同样具有一定的局限性。

试验初期,大量原生孔隙、裂隙等软弱结构逐渐压密闭合,且卸载后大部分结构不可恢复,加载塑性变形 ε_1 应当表现较大。图12(c)中 ε_1 在初期虽然能够看出减小的趋势,但是其在总塑性变形中的占比较小,主要是因为分组拟合中,初期的几个分组由于试样压密程度逐渐变化,差别较大,导致式(14)对时间相关性与无关性的区分度较差。

疲劳试验中期,整个试件中的孔隙、裂隙基本压密闭合,次生裂隙等形核扩展速度稳定,试件塑性应变的发展,由局部塑性变形(位错滑移、裂隙形核发育)情况决定。位错滑移机制产生的变形基本与时间相关,裂隙的扩展机制产生的变形与时间无关。因此速率效应公式对中期的区分效果较好。

疲劳试验末期,微裂隙不断生长汇聚贯通,逐渐形成主滑移带,试件加速变形破坏,塑性变形更易沿着该处发展,所以蠕变变形和加载塑性变形值在该处均呈上升趋势。虽然可以看出有一定的趋势,但是表现出与试验初期类似的情况。

本研究只是从一个新的角度对该猜想进行一个验证,结果证明积分的形式能将时间相关变形与时间无关变形区分,且其发展趋势也符合实际过程中试件的力学特性的变化情况。后续将考虑扩展该方程的适用性,采用蠕变变形的积分形式,根据每一加载段内的数据计算时间相关变形和时间无关变形,就能大致预计每次循环中残余应变变化情况。同时由于实际工况中,加载应力幅、应力比、频率等是不断变化的,所以在这些试验条件变化时的蠕变变形参数的变化规律也需要进一步研究。

6 结 论

为研究循环加卸载下盐岩的率相关性特征,本文对比分析了恒定速率循环加卸载试验和耦合速率循环加卸载试验中的速率效应。并基于蠕变本构模型,建立了速率效应方程,在此基础上分析了加卸载过程中的塑性特征,即蠕变塑性变形和加载塑性。得到的主要结论如下:

(1) 恒速率循环加卸载试验和耦合速率试验得到的试验规律基本是一致的。但是由于试件的离散性,恒定速率循环加卸载试验结果的不确定性比耦合速率循环加卸载试验结果的大。加卸载速率越大,每次循环产生的残余变形越小,破坏时经历的循环次数越多,疲劳寿命就越大。

(2) 基于盐岩蠕变本构模型,通过对固定速率下蠕变变形的时间积分,建立了速率效应方程。速

率效应方程中参数 m 表征蠕变能力大小,参数 b 表征蠕变速率变化。基于速率效应方程,将盐岩疲劳过程的变形分为时间相关变形(蠕变塑性变形)和时间无关变形(加载塑性变形)。蠕变塑性变形随加卸载速率的增大而减小,加载塑性变形随着疲劳进程先减小后增大。

(3) 产生速率效应的根本原因在于试件内部位错的增殖和滑移与时间的关联性。加卸载速率越慢,达到同样的应力值所需的时间越长,位错滑移的时间越久,滑移位移就越长,产生的塑性变形(残余变形)也就越大,破坏时材料经历的循环次数也就越小,即疲劳寿命越小。加载塑性变形随着疲劳进程呈现先减小后增大的趋势,是前期的压密作用和后期的裂隙迅速扩展作用所导致的。

参 考 文 献

- [1] 纪文栋, 杨春和, 姚院峰, 等. 应变加载速率对盐岩力学性能的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(12): 2507-2513.
JI Wen-dong, YANG Chun-he, YAO Yuan-feng, et al. Effects of loading strain rate on mechanical performances of salt rock[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2011, 30(12): 2507-2513.
- [2] FAN J, CHEN J, JIANG D, et al. Discontinuous cyclic loading tests of salt with acoustic emission monitoring[J]. *International Journal of Fatigue*, 2017, 94: 140-144.
- [3] 贾善坡, 罗金泽, 杨建平, 等. 考虑围压影响的盐岩弹塑性损伤本构模型研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(6): 1549-1556.
JIA Shan-po, LUO Jin-ze, YANG Jian-ping, et al. An elastoplastic damage constitutive model for salt rock considering confining pressure effect[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2015, 36(6): 1549-1556.
- [4] 易其康, 马林建, 刘新宇, 等. 考虑频率影响的盐岩变参数蠕变损伤模型[J]. 煤炭学报, 2015, 40(增刊 1): 93-99.
YI Qi-kang, MA Lin-jian, LIU Xin-yu, et al. A variable parameters-based creep damage model considering the effect of frequency for rock salt[J]. *Journal of China Coal Society*, 2015, 40(Suppl.1): 93-99.
- [5] 陈剑文, 杨春和. 基于细观变形理论的盐岩塑性本构模型研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(1): 117-122.
CHEN Jian-wen, YANG Chun-he. Mesoscopic deformation based plastic constitutive model of salt rock[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2015, 36(1): 117-122.
- [6] 李宗泽, 姜德义, 范金洋, 等. 盐岩三轴间隔疲劳特性试验研究[J]. 岩土力学, 2020, 41(4): 1305-1312.
LI Zong-ze, JIANG De-yi, FAN Jin-yang, et al. Experimental study of triaxial interval fatigue of salt

- rock[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2020, 41(4): 1305-1312.
- [7] 周辉, 杨艳霜, 肖海斌, 等. 硬脆性大理岩单轴抗拉强度特性的加载速率效应研究——试验特征与机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(9): 1868-1875.
ZHOU Hui, YANG Yan-shuang, XIAO Hai-bin, et al. Research on loading rate effect of tensile strength property of hard brittle marble—test characteristics and mechanism[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2013, 32(9): 1868-1875.
- [8] 彭芳乐, 李福林, 李建中, 等. 加载速率变化条件下砂土的黏塑特性及本构模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(8): 1576-1585.
PENG Fang-le, LI Fu-lin, LI Jian-zhong, et al. Viscoplastic behaviors and constitutive modeling of sands under change of loading rates[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(8): 1576-1585.
- [9] 杨文君, 谢强, 班宇鑫, 等. 变加载速率砂岩声发射特征及损伤本构模型[J]. 地下空间与工程学报, 2021, 17(1): 71-79.
YANG Wen-jun, XIE Qiang, BAN Yu-xin, et al. The acoustic emission characteristics and damage constitutive model of sandstone under variable loading rates[J]. **Chinese Journal of Underground Space and Engineering**, 2021, 17(1): 71-79.
- [10] 苏承东, 李怀珍, 张盛, 等. 应变速率对大理岩力学特性影响的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(5): 943-950.
SU Cheng-dong, LI Huai-zhen, ZHANG Sheng, et al. Experimental investigation on effect of strain rate on mechanical characteristics of marble[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2013, 32(5): 943-950.
- [11] 徐小丽, 陈琳, 高峰, 等. 花岗岩的加载速率效应及能量机制研究[J]. 固体力学学报, 2015, 36(2): 154-163.
XU Xiao-li, CHEN Lin, GAO Feng, et al. Studies of loading rate effects and energy mechanism of granite[J]. **Chinese Journal of Solid Mechanics**, 2015, 36(2): 154-163.
- [12] WANG X, WANG E, LIU X, et al. Failure mechanism of fractured rock and associated acoustic behaviors under different loading rates[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 2021, 247: 10767.
- [13] 彭守建, 王哲, 许江, 等. 三轴压缩条件下饱水岩石破坏后区荷载速率效应试验研究[J]. 岩土力学, 2018, 39(增刊 2): 72-82.
PENG Shou-jian, WANG Zhe, XU Jiang, et al. Experimental study on loading rate effect in post-failure region of water-saturated rock under triaxial compression[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2018, 39(Suppl.2): 72-82.
- [14] 蔡灿, 伍开松, 袁晓红, 等. 中低应变率下的岩石损伤本构模型研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(3): 795-802.
CAI Can, WU Kai-song, YUAN Xiao-hong, et al. Damage constitutive model of rock under medium and low strain rates[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(3): 795-802.
- [15] HAN Y, MA H, YANG C, et al. The mechanical behavior of rock salt under different confining pressure unloading rates during compressed air energy storage (CAES)[J]. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, 2021, 196: 107676.
- [16] LIANG W G, ZHAO Y S, XU S G, et al. Effect of strain rate on the mechanical properties of salt rock[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2011, 48(1): 161-167.
- [17] 姜德义, 陈结, 任松, 等. 盐岩单轴应变率效应与声发射特征试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(2): 326-336.
JIANG De-yi, CHEN Jie, REN Song, et al. Experimental study of strain rate effect and acoustic emission characteristics of salt rock under uniaxial compression[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2012, 31(2): 326-336.
- [18] RAY S K, SARKAR M, SINGH T N. Effect of cyclic loading and strain rate on the mechanical behaviour of sandstone[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 1999, 36(4): 543-549.
- [19] 蔡燕燕, 唐欣, 林立华, 等. 疲劳荷载下大理岩累积损伤过程的应变速率响应[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(5): 827-836.
CAI Yan-yan, TANG Xin, LIN Li-hua, et al. Strain rate response of damage accumulation of marble under fatigue loading[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2020, 42(5): 827-836.
- [20] 王宇, 高少华, 孟华君, 等. 不同频率增幅疲劳荷载下双裂隙花岗岩破裂演化声发射特性与裂纹形态研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2021, 40(10): 1976-1989.
WANG Yu, GAO Shao-hua, MENG Hua-jun, et al. Investigation on acoustic emission characteristics and fracture network patterns of pre-flawed granite subjected to increasing-amplitude fatigue loads[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2021, 40(10): 1976-1989.
- [21] 黄正均, 赵星光, 李远, 等. 体积应变率对北山花岗岩疲劳特性的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(5): 1161-1168.
HUANG Zheng-jun, ZHAO Xing-guang, LI Yuan, et al. Influence of volumetric strain ratio on the fatigue characteristics of Beishan granite[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2018, 37(5): 1161-

- 1168.
- [22] 冯春林, 冯超博, 吴永丰, 等. 循环荷载下岩石应变率双因素模型试验研究[J]. 交通科学与工程, 2011, 27(1): 55-63.
- FENG Chun-lin, FENG Chao-bo, WU Yong-feng, et al. Dual factor model of strain rate of rock subjected to cyclic loading[J]. **Journal of Transport Science and Engineering**, 2011, 27(1): 55-63.
- [23] HE M, LI N, ZHU C, et al. Experimental investigation and damage modeling of salt rock subjected to fatigue loading[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2019, 114: 17-23.
- [24] 许宏发, 齐亮亮, 刘斌, 等. 循环荷载下岩盐 Poyhting-Thomson 模型研究[J]. 振动与冲击, 2018, 37(13): 203-209.
- XU Hong-fa, QI Liang-liang, LIU Bin, et al. Poyhting-Thomson model of rock salt under cyclic loading[J]. **Journal of Vibration and Shock**, 2018, 37(13): 203-209.
- [25] FAN J, LIU W, JIANG D, et al. Time interval effect in triaxial discontinuous cyclic compression tests and simulations for the residual stress in rock salt[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2020, 53(9): 4061-4076.
- [26] FAN J, JIANG D, LIU W, et al. Discontinuous fatigue of salt rock with low-stress intervals[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2019, 115: 77-86.
- [27] 张强, 王军保, 宋战平, 等. 循环荷载作用下盐岩微观结构变化及经验疲劳模型[J]. 岩土力学, 2022, 43(4): 995-1008.
- ZHANG Qiang, WANG Jun-bao, SONG Zhan-ping, et al. Microstructure variation and empirical fatigue model of salt rock under cyclic loading[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2022, 43(4): 995-1008.
- [28] FUENKAJORN K, PHUEAKPHUM D. Effects of cyclic loading on mechanical properties of Maha Sarakham salt[J]. **Engineering Geology**, 2010, 112(1-4): 43-52.
- [29] FAIRHURST C E, HUDSON J A. Draft ISRM suggested method for the complete stress-strain curve for intact rock in uniaxial compression[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 1999, 36(3): 281-289.
- [30] 任松, 白月明, 姜德义, 等. 周期荷载作用下盐岩声发射特征试验研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(6): 1613-1618.
- REN Song, BAI Yue-ming, JIANG De-yi, et al. Experimental research on acoustic emission property of salt rock under cyclic loading[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(6): 1613-1618.
- [31] LIU X L, LIU Z, LI X B, et al. Experimental study on the effect of strain rate on rock acoustic emission characteristics[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2020, 133: 104420.
- [32] FAN J, CHEN J, JIANG D, et al. Fatigue properties of rock salt subjected to interval cyclic pressure[J]. **International Journal of Fatigue**, 2016, 90: 109-115.
- [33] 梁卫国, 徐素国, 莫江, 等. 盐岩力学特性应变率效应的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(1): 43-50.
- LIANG Wei-guo, XU Su-guo, MO Jiang, et al. Test study of strain rate effects on mechanical performances of salt rock[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 29(1): 43-50.
- [34] 王伟超. 叶舞盐矿深部盐岩疲劳损伤演化机制[D]. 焦作: 河南理工大学, 2016.
- WANG Wei-chao. Study on mechanism of fatigue damage evolution of deep salt rock of Yewu[D]. Jiaozuo: Henan Polytechnic University, 2016.
- [35] 王军保, 刘新荣, 郭建强, 等. 盐岩蠕变特性及其非线性本构模型[J]. 煤炭学报, 2014, 39(3): 445-451.
- WANG Jun-bao, LIU Xin-rong, GUO Jian-qiang, et al. Creep properties of salt rock and its nonlinear constitutive model[J]. **Journal of China Coal Society**, 2014, 39(3): 445-451.
- [36] 周宏伟, 王春萍, 段志强, 等. 基于分数阶导数的盐岩流变本构模型[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2012, 42(3): 310-318.
- ZHOU Hong-wei, WANG Chun-ping, DUAN Zhi-qiang, et al. Time-based fractional derivative approach to creep constitutive model of salt rock[J]. **Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica)**, 2012, 42(3): 310-318.
- [37] 刘迪, 周宏伟, 赵阳, 等. 基于声发射特征的盐岩蠕变本构模型研究[J]. 岩土力学, 2017, 38(7): 1951-1958.
- LIU Di, ZHOU Hong-wei, ZHAO Yang, et al. Study of creep constitutive model of rock salt based on acoustic emission characteristics[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(7): 1951-1958.
- [38] 范庆忠, 高延法, 崔希海, 等. 软岩非线性蠕变模型研究[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(4): 505-509.
- FAN Qing-zhong, GAO Yan-fa, CUI Xi-hai, et al. Study on nonlinear creep model of soft rock[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(4): 505-509.
- [39] 赵敬世. 位错理论基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 1989.
- ZHAO Jing-shi. Dislocation theory[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1989.